

izvirni znanstveni članek  
prejeto: 2004-09-28

UDK 373.32:311.1(497.4)

## STATISTIKA NA ZAČETKU ŠOLANJA: STRATEGIJA REŠEVANJA STATISTIČNEGA PROBLEMA

*Mara COTIČ*

Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta Koper, SI-6000 Koper, Cankarjeva 5  
e-mail: mara.cotic@pef.upr.si

*Darjo FELDA*

Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta Koper, SI-6000 Koper, Cankarjeva 5  
e-mail: darjo.felda@pef.upr.si

*Lea KOZEL*

Osnovna šola Antona Ukmarja, SI-6000 Koper, Pot v gaj 2  
e-mail: lea.kozel@guest.arnes.si

### IZVLEČEK

*V prispevku je predstavljen teoretični model poučevanja strategije reševanja statističnega problema in opisana je raziskava, s katero so avtorji modela preverjali znanje nekaterih vsebin statistike pri učencih na razredni stopnji osnovne šole. V eksperimentalni skupini so bili učenci obstoječih oddelkov tretjega razreda devetletke, v kontrolni skupini pa učenci obstoječih oddelkov drugega razreda osemletke različnih osnovnih šol. V okviru empiričnega raziskovalnega pristopa je bil uporabljen pedagoški eksperiment. Ugotovljene so bile statistično pomembne razlike v korist eksperimentalne skupine, še posebej pri reševanju tako enostavnih kot zahtevnejših statističnih problemov, kjer je poznavanje strategije reševanja le-teh ključnega pomena.*

**Ključne besede:** statistika, problem, strategija reševanja, zgodnje poučevanje statistike, model poučevanja, obdelava podatkov

## LA STATISTICA NEI PRIMI ANNI DI SCUOLA: STRATEGIA PER RISOLVERE UN PROBLEMA STATISTICO

### SINTESI

*Il contributo presenta un modello teorico d'insegnamento riguardante la strategia da seguire per risolvere un problema statistico e descrive la ricerca nella quale gli autori del modello hanno verificato le conoscenze degli alunni di una determinata classe della scuola elementare su determinati contenuti della statistica. Il gruppo sperimentale era composto da alunni provenienti dalla terza classe delle attuali scuole novennali, mentre quello di controllo era formato da scolari della seconda classe ottennale di varie scuole elementari. Nell'ambito dell'approccio empirico è stato usato un esperimento pedagogico. Sono state scoperte differenze molto importanti in favore del gruppo sperimentale, in particolare nella soluzione di problemi statistici, dai più semplici ai più complicati, dove la conoscenza della strategia per la loro soluzione è di fondamentale importanza.*

**Parole chiave:** statistica, problema, strategia per la soluzione, insegnamento precoce della statistica, modello d'insegnamento, elaborazione dei dati

## 1. UVOD

Statistika z osnovami verjetnosti in kombinatorike so matematične vsebine, o katerih so se doslej slovenski učenci začeli učiti razmeroma pozno (v srednji šoli). V novem učnem načrtu za osnovno šolo so te vsebine vpeljane že na samem začetku šolanja (v prvem triletju) pod skupnim imenom *obdelava podatkov*. Poglavitni razlogi za uvajanje teh vsebin so naslednji (Učni načrt, 1998):

- *računska pismenost* (preglednice, diagrami, ankete so del vsakdana, sreča se jih v časopisih, učbenikih, računalniško predstavljenih podatkih ...);
- *potrebe po poznavanju orodij za komuniciranje* (pri sporočanju se redno uporablja grafične prikaze, preglednice ...);
- *potreba po sposobnosti kritične presoje predstavljenih podatkov* (če se ne razume tehnik prikazovanja podatkov in če se jih ne zna kritično presojati, se je zelo lahek plen za manipuliranje, na primer pri reklamah, ob volitvah ...);
- *dostopnost računskih orodij za obdelavo podatkov*;
- *neusklajenost z učnimi načrti večine držav* (Anglija, Francija, Italija, Madžarska, Norveška ...).

V prvih letih šolanja še ne gre za pravo "učenje" obdelave podatkov. Otrok pridobiva prva znanja le intuitivno, zgolj na konkretni ravni. Gre za vsebine, ki so z matematičnega vidika dokaj enostavne, saj ne presegajo izkustvenega nivoja. S tem se otroka postopoma pripravljajo na abstraktno razumevanje.

Obdelava podatkov kot matematična vsebina v zgodnjih letih šolanja prav gotovo ni sama sebi namen. Med drugim povezuje matematiko z drugimi vsebinami (s spoznavanjem okolja, slovenskim jezikom ...) in sooblikuje podobo celostnega pouka (Cotič, Hodnik, 1995). Obenem širi matematično obzorje, razvija matematično mišljenje in spodbuja učenčevo kritično razmišljanje o svetu, v katerem živi, oziroma po Cock-

croftu: "Te vsebine niso zgolj tehnične narave (spoznavanje različnih metod obdelave podatkov, sistematično prikazovanje podatkov ...), ampak jih odlikujejo negotovost in spremenljivost ter nam omogočajo, da se pri raziskovanju množice negotovih in spremenljivih podatkov odločamo sami" (Cockroft, 1982, 8). Učencu torej nudijo možnost, da se za postopke odkrivanja in reševanja le-teh odloča sam.

## 2. DIDAKTIČNA NAVODILA, CILJI IN VSEBINE

Fujita (1985, 39-52) trdi, da je namen matematičnega izobraževanja predvsem dvojen: matematična pismenost in sposobnost matematičnega mišljenja. Razvijanje sposobnosti matematičnega mišljenja je zagotovo kompleksna dejavnost, namenjena predvsem (ne pa izključno) učencem, ki se kasneje odločajo za matematično-naravoslovni študij. Drugače pa je z matematično pismenostjo: ta naj bo v osnovni šoli cilj za vse učence. Obdelava podatkov zajema vsebine iz statistike in verjetnosti s kombinatoriko. Medtem ko se s kombinatoriko in verjetnostjo razvija matematično mišljenje in nedeterministične sheme mišljenja, pa statistika razvija matematično pismenost. Na začetku šolanja naj bo statistika le uvod v predstavitev in analize podatkov. Predstavlja naj dejavnost, ki je v svetu, polnem informacij, nujna. Vsebine iz statistike torej morajo biti predstavljene učencem že na elementarni stopnji šolanja, saj tako pomagajo postopno in počasi razvijati pri njih kritičen odnos do "numeričnih informacij", ki jih predstavljajo mediji (Howson, Kahane, 1986). Kot je bilo že v uvodu poudarjeno, statistika omogoča tudi povezavo z drugimi predmeti, na primer s spoznavanjem okolja, hkrati pa omogoča tudi utrjevanje aritmetike ter pridobivanje veščin grafičnega ponazarjanja tako pri matematiki kot pri drugih predmetih.

Poglejmo si natančneje cilje in vsebine pri obdelavi podatkov.

**Tabela 1: Cilji in vsebine pri obdelavi podatkov v sklopu "statistika".**

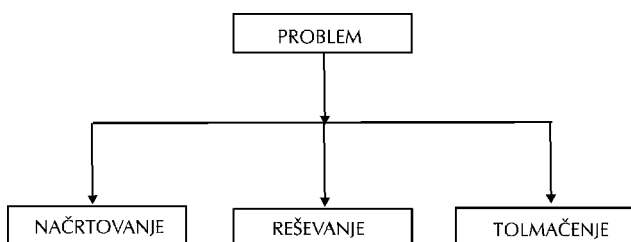
**Table 1: Goals and contents in data processing in the frame of "statistics".**

Cilji: Učenec zna	Vsebina	Specialna didaktična priporočila in dejavnosti	Korelacija med vsebinami in predmeti
<ul style="list-style-type: none"> <li>- predstaviti preproste podatke s preglednico, figurnim prikazom in s prikazom s stolpci in vrsticami</li> <li>- prebrati preprosto preglednico, figurni prikaz, prikaz s stolpci in vrsticami</li> <li>- rešiti preprost statistični problem, ki od njega zahteva, da zbere in uredi podatke in jih tudi čim bolj pregledno predstavi in prebere ter tolmači</li> </ul>	Preglednica, figurni prikaz, prikaz s stolpci in vrsticami, statistični problem (raziskava)	<p>Primer statističnega problema oziroma raziskave:</p> <p>V katerem mesecu imaš rojstni dan?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Učenci zberejo podatke, v katerem mesecu imajo rojstne dneve.</li> <li>2. Podatke uredijo v preglednici.</li> <li>3. Podatke iz preglednice predstavijo s stolpci.</li> </ol>	Aritmetika (štetje, računske operacije), spoznavanje okolja (rojstni dnevi, poklic staršev, domače živali, število dečkov in deklk v razredu ...)

### 3. STRATEGIJA REŠEVANJA STATISTIČNEGA PROBLEMA

Če je želja ali cilj, da je otrok uspešen pri reševanju statističnega problema oziroma iskanju strategij za reševanje le-tega, mora najprej poznati in razumeti osnovne statistične pojme in osnovna proceduralna znanja. Reševanje statističnega problema je namreč po Gagnejevi taksonomiji najvišja taksonomska kategorija.

Na vrsti je poglobljen pogled na model poučevanja strategije reševanja statističnega problema. Reševanje statističnega problema sestoji iz treh faz, kar prikazuje spodnji diagram.

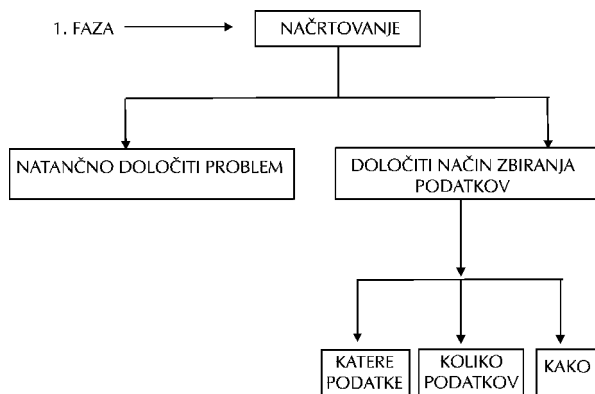


**Shema 1: Faze reševanja statističnega problema.**

**Fig. 1: Phases of solving statistical problems.**

Sledi natančen "ogled" vseh treh faz.

#### 3.1 Načrtovanje



**Shema 2: Prva faza reševanja – načrtovanje.**

**Fig. 2: First phase – planning.**

Nujno je, da učenci rešujejo statistične probleme v različnih kontekstih. Realizira se lahko na primer statistične raziskave o številki čevljev, teži in višini učencev, frekvenci črk v določenem berilu, lahko se zbere podatke o dejavnosti, stvari oziroma živem bitju, ki ga ima učenec najraje (šport, žival, knjiga, risanka, pesem, hrana, barva ...), lahko se izpelje manjše raziskave o številu otrok v družini, zaposlenosti staršev, družinskih

počitnicah ... S tem se učence uvaja v matematizacijo okolja, ki ni vezana samo na aritmetiko oziroma računanje.

Ko se določi kontekst raziskave, je prvi korak, ki ga mora otrok narediti, *natančna določitev problema*, ki naj bi ga rešil. Nekateri konteksti so tako zelo preprosti, da učenec brez težav natančno določi problem (na primer: število dečkov in deklic v razredu). Če pa želijo učenci na primer raziskati njihov "odnos" do športa, se je potrebno vprašati, kaj se bo v ta namen raziskalo oziroma kateri podatki bi bili dovolj značilni pokazatelji: ali število športnih panog, za katere se učenci zanimajo, ali število športnih panog, v katere so učenci vključeni, ali celo število športnih panog, v katere bi se učenci radi vključili v naslednjem šolskem letu.

Drugi korak v fazi načrtovanja je v tesni povezavi s prvim, to je z natančno določitvijo problema. Ko se problem natančno določi, je jasno, *katere podatke je treba zbrati, koliko in na kakšen način*.

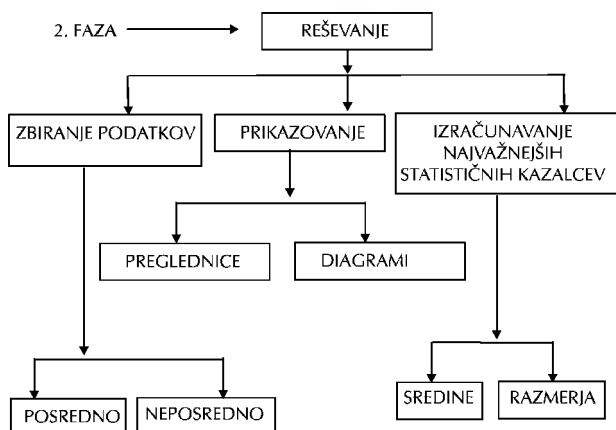
Če se želi preučiti, v katere športne panoge so učenci vključeni, mora učenec najprej napraviti izbor informacij, ki so potrebne in natančno določiti spremenljivke, ki se jih bo upoštevalo. V tem primeru pri učencu poteka enak miselni proces kot pri izvajanju razvrščanja in razumevanju pojma število.

Sedaj se je potrebno odločiti, koliko podatkov se želi zbrati: ali se bo opazovalo skupino učencev v razredu, cel razred, več razredov, celo šolo ... To je v povezavi z otrokovo intelektualno zrelostjo. Na začetku šolanja učenec ni sposoben operirati z velikim številom podatkov. Ta sposobnost se pri učencu razvija počasi in progresivno skozi celo razredno stopnjo. Zato je učiteljeva naloga, da obdrži v pravih mejah začetno navdušenje učencev, tisto, ki bi bilo sicer zatrto zaradi prevelike množice podatkov in velikih števil oziroma prezahtevnosti problema.

To, kako se bo podatke zbralo, je odvisno od narave podatkov, ki jih bodo učenci zajeli v raziskavi, in od števila le-teh. Zbira se jih lahko posredno (na primer z dviganjem rok) ali neposredno (na primer iz šolskih dokumentov). Jasno je, da je na razredni stopnji na prednostnem mestu posredno zbiranje podatkov, ki je bolj preprosto kot neposredno. Vseeno pa morajo biti učenci postavljeni tudi v take situacije, pri katerih bodo razumeli, da je v nekaterih primerih ugodneje zbrati podatke neposredno. Primer: če se želi raziskati skupno število deklic in dečkov v vseh razredih na razredni stopnji, je prikladneje, da se zbere podatke neposredno preko šolske dokumentacije.

V prvi fazi načrtovanja ima poseben pomen razdelitev nalog učencem. Medtem ko je za posamezne aktivnosti nujno, da jih v celoti izvede vsak učenec, je pri obsežnejših raziskavah zaželeno in priporočljivo, da se naloge razdeli po skupinah ter da se delo po skupinah nadaljuje tudi v naslednjih dveh fazah.

### 3. 2 Reševanje



Shema 3: Druga faza – reševanje.  
Fig. 3: Second phase – solving.

Iz diagrama je razvidno, da je ta faza razdeljena v več podfaz: zbiranje podatkov, grafični prikaz podatkov in izračunavanje najosnovnejših statističnih kazalcev.

#### 3. 2. 1 Zbiranje podatkov

Učitelj naj bi opozoril učenca, da se zbiranja podatkov loti sistematično, seveda samo v primeru, če učenec tega že prej sam spontano ni naredil. Učenca je potrebno torej usposobiti, da si izberejo ustrezne postopke: od preštevanja dvignjenih rok pa do zbiranja podatkov v različnih preglednicah.

Izbor metode je odvisen od intelektualnih sposobnosti učenca in od vrste raziskave.

Na vrsti je preprost primer, ko je spremenljivka število učencev, ki so vključeni v posamezno športno panogo.

Število učencev, ki obiskujejo posamezno športno panogo, se zapiše v preglednico:

Tabela 2: Število učencev, ki obiskujejo posamezno športno panogo.  
Table 2: Number of pupils practising a determinate type of sport.

ŠPORTNA PANOGA	ŠTEVILO UČENCEV
JADRANJE	3
NOGOMET	7
ROKOMET	6
ODBOJKA	4
VESLANJE	3
NOBENA	3

Če se želi tudi vedeti, koliko dečkov in koliko deklic se je odločilo za posamezno športno panogo, se uporabi naslednjo preglednico:

Tabela 3: Število dečkov in deklic, ki obiskujejo posamezno športno panogo.  
Table 3: Number of boys and girls practising a determinate type of sport.

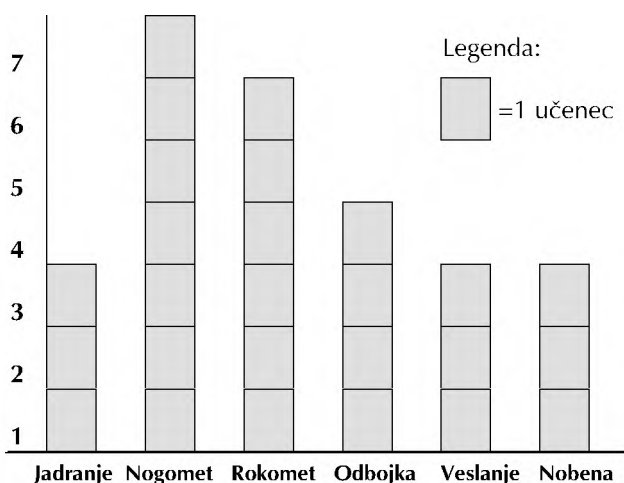
ŠPORTNA PANOGA	DEČEK	DEKLICA	ŠTEVILO UČENCEV
JADRANJE	XX	X	3
NOGOMET	XXXXXXX		7
ROKOMET	XXXX	XX	6
ODBOJKA		XXXX	4
VESLANJE	XXX		3
NOBENA		XXX	3
	16	10	26

Pri izpolnjevanju preglednic učenec izvaja logično operacijo razvrščanje v množici elementov, ki se dobi z zbiranjem podatkov.

#### 3. 2. 2 Grafična predstavitev podatkov

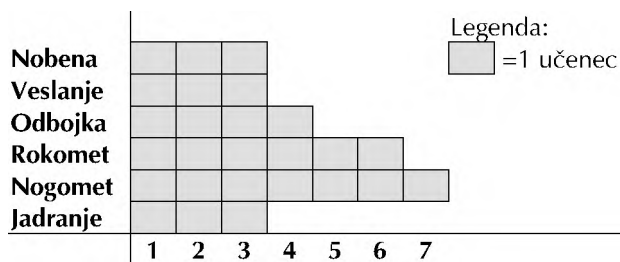
Ko je preglednica izpolnjena, se preide na grafično predstavitev podatkov. Namen grafične predstavitve je predvsem nazoren prikaz zbranih podatkov, zaradi česar je podatke lažje in temeljiteje tolmačiti. Kot je znano, se uporablja različne prikaze.

Za ta primer je najugodnejše uporabiti prikaz s stolpci:



Graf 1: Primer prikaza s stolpci.  
Chart 1: Example of presentation in columns.

Lahko se uporabi tudi prikaz z vrsticami:



**Graf 2: Primer prikaza z vrsticami.**  
**Chart 2: Example of presentation in lines.**

Na razredni stopnji osnovne šole se najpogosteje uvedeta prikaz s stolpci in figurni prikaz. V nekaterih drugih državah (Italija, Anglija) uvedejo tudi "tortni" prikaz. Pri vpeljavi le-tega pri pouku matematike na razredni stopnji pa obstajajo tehtni pomisleki. Predpogoj za njegovo korektno vpeljavo je namreč poznavanje ulomkov (deležev) in kotov, ki na razredni stopnji navadno še nista vpeljana. Zato je pri predstavitvi zbranih podatkov s pomočjo "tortnega" prikaza precej omejitev (prikazujejo se na primer samo polovice, četrtine ...).

### 3. 2. 3 Računanje najpomembnejših statističnih kazalcev

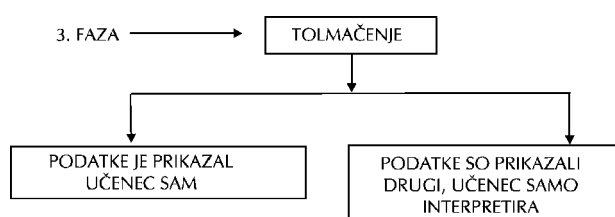
Grafični prikazi na nazoren način prikazujejo frekvence zbranih podatkov. Včasih so poleg porazdelitve frekvenc zanimivi še drugi statistični kazalci (povprečna vrednost, modus, mediana ...). Tudi glede vpeljave najosnovnejših statističnih kazalcev so razlike med državami zelo velike. Nekatere vpeljejo povprečno vrednost, modus in mediano že na razredni stopnji, kar je povezano z vpeljavo decimalnih števil. V Sloveniji pa se na razredni stopnji računa samo v množici naravnih števil, tako da vpeljavo povprečne vrednosti ni smiselna. Lahko pa se govori o intuitivnem uvodu v koncept povprečne vrednosti pri reševanju problemov naslednjega tipa:

*Matej ima 13 lego kock, Miha pa 9. Odločita se, da si bosta lego kocke med seboj razdelila tako, da jih bosta imela oba enako. Koliko lego kock bo imel vsak?*

Prav gotovo je za učenca na razredni stopnji najlažje usvojiti koncept pojma modus, pri čemer se seveda ne uporablja tega izraza. Modus je namreč zelo preprosto prebrati iz preglednice, še bolj pa iz grafičnega prikaza, saj je znano, da je modus tista vrednost, ki se najpogosteje pojavlja med opazovanimi vrednostmi.

Nasploh pa se na razredni stopnji ne računa osnovnih statističnih kazalcev, saj otrokova intelektualna zrelost in njegovo matematično predznanje tega ne dovoljujeta.

### 3. 3 Tolmačenje



**Shema 4: Tretja faza – tolmačenje.**  
**Fig. 4: Third phase – interpreting.**

Preglednice in grafi so sredstva, s katerimi posredujemo informacije na hiter in nazoren način, zato jih danes uporabljajo različni mediji. Torej je nujno, da jih zna človek brati in kritično tolmačiti. Naloga šole je, da vpelje učenca tudi v "statistični" jezik, ki bi ga lahko imenovali neverbalni jezik. Zavedati se je treba, da neverbalni jezik ni alternativa k verbalnemu jeziku, ampak je z njim komplementaren (Valenti, 1987, str: 168).

Ni dovolj, da se učenec nauči zbiranja in prikazovanja podatkov, naučil naj bi se tudi branja iz prikazov in pravilnega tolmačenja. Prebranim podatkom naj bi dal ustrezen pomen. Primer: če je ugotovljeno, da največ učencev obiskuje nogomet, je potrebno zastaviti učencem še vprašanja, kot na primer:

*Zakaj je nogomet najbolj izbrana športna panoga?*

*Ali zato,*

- ker je učencem najbolj všeč?
- ker je eden izmed najbolj spremljanih športov v Sloveniji?
- ker so se slovenski nogometaši uvrstili na pomembna prvenstva?
- ker je dobro plačana športna panoga?
- ker ga posebej priporočajo starši, učitelji oziroma vrstniki?
- ker je v razredu več dečkov kot deklic?

Vsako od teh vprašanj zahteva primerno refleksijo in hkrati odpira prostor za nove statistične raziskave. Taka vprašanja naj bi navajala učence na tolmačenje zbranih podatkov, na sklepanje in analizo ter ga hkrati pripeljala do spoznanja, da je ena izmed nalog statistike tudi predvidevanje in napovedovanje dogodkov na osnovi zbranih podatkov.

## 4. EMPIRIČNI DEL

### 4. 1 Namen raziskave

Nekatere mednarodne raziskave (raziskavi IAEP 1991 in TIMSS 1995) so pokazale, da so slovenski otroci, stari devet let, slabo reševali probleme, ki so vključevali elemente statistike. Tako so že pred kurikularno prenovi in pred novonastalim učnim načrtom za matematiko (1998)

začeli vključevati v osnovno šolo nekatere prvine statistike brez didaktično izgrajenega modela, torej nesistematično.

Ob nastajanju novega učnega načrta za matematiko (1998) je bila pregledana obravnava statistike z vsebinske in didaktične plati v tistih državah, ki so bile na mednarodnih raziskavah uspešne, ter z upoštevanjem slovenskih specifičnosti zgrajen slovenski model poučevanja statistike v osnovni šoli. Z raziskavo je bil ta model preverjen v učni praksi.

Namen raziskave je bil torej preveriti, kolikšno oziroma kakšno znanje o vsebinah iz statistike dosežejo učenci tretjega razreda devetletne osnovne šole, ki so se te vsebine sistematično učili pri pouku matematike v primerjavi z učenci drugega razreda osemletne osnovne šole, ki teh vsebin niso imeli v učnem načrtu, ampak so jih učiteljice na različne načine in pri različnih predmetih po svoji presoji brez izdelanega modela vnašale v pouk.

#### 4. 2 Raziskovalna hipoteza

Ugotovljene bodo opazne razlike v znanju statistike med učenci 2. razreda osemletke (kontrolne skupine) in učenci 3. razreda devetletke (eksperimentalne skupine) v korist slednje.

#### 4. 3 Raziskovalna metodologija

##### 4. 3. 1 Osnovna raziskovalna metoda in raziskovalni pristop

V raziskavi je v okviru empiričnega raziskovalnega pristopa uporabljen pedagoški eksperiment (raziskovalec namerno vnaša eksperimentalni faktor v raziskovalno situacijo), ker je primeren pri preučevanju novosti, ki se jih vnaša v pouk matematike. Torej je v tej raziskavi uporabljena kavzalna – eksperimentalna metoda.

##### 4. 3. 2 Model eksperimenta

Načrtovan je bil enofaktorski model eksperimenta s šolskimi oddelki kot primerjalnimi skupinami z dvema modalitetama. Primerjalni skupini so obstoječi oddelki tretjega razreda devetletke in drugega razreda osemletke na različnih osnovnih šolah.

Skupina učencev tretjega razreda devetletke (model poučevanja statistike), v katero je bil uveden eksperimentalni faktor, je eksperimentalna skupina (ES), skupina učencev drugega razreda osemletke, ki se ni sistematično učila statistike, pa je kontrolna skupina (KS).

##### 4. 3. 3 Vzorec eksperimenta

V eksperimentu je sodelovalo 177 učencev iz štirih obalnih osnovnih šol z izenačenimi solidnimi pogoji za delo. Učenci so bili razdeljeni v dve skupini: eksperimentalno (ES) in kontrolno skupino (KS).

V eksperimentalno skupino (ES) je bilo vključenih 87 učencev tretjih razredov iz dveh obalnih devetletnih osnovnih šol.

**Tabela 4: Število učencev ES.**

**Table 4: Number of pupils in experimental group.**

Osnovna šola	Oddelek	Število učencev
I.	3. A	23
	3. B	21
II.	3. A	21
	3. B	22
Skupaj:		87

V kontrolno skupino (KS) je bilo vključenih 90 učencev drugih razredov iz dveh obalnih osemletnih osnovnih šol.

**Tabela 5: Število učencev KS.**

**Table 5: Number of pupils in control group.**

Osnovna šola	Oddelek	Število učencev
I.	2. A	24
	2. B	26
II.	2. A	21
	2. B	19
Skupaj:		90

Eksperimentalna in kontrolna skupina sta bili izenačeni po socialno-ekonomskem statusu družin, iz katerih prihajajo učenci.

Učiteljice, ki so bile izbrane tako za ES kot KS, so že prej sodelovale s Pedagoško fakulteto Koper pri nastopih in hospitacijah v okviru predmeta Didaktika matematike. Sodelovalo je osem profesorice razrednega pouka.

##### 4. 3. 4 Spremenljivke

Neodvisne spremenljivke  
Neodvisna spremenljivka je eksperimentalni dejavnik.

Odvisne spremenljivke  
K odvisnim spremenljivkam sodijo vse spremenljivke, s katerimi se je preverjalo znanje učencev tako v eksperimentalni kot kontrolni skupini.

- Odvisne spremenljivke so:
- dosežki otrok pri statistiki,
  - dosežki otrok na različnih ravneh znanja po Gagnejevi taksonomiji:
    - dosežki pri poznavanju in razumevanju pojmov in algoritmov,
    - dosežki pri reševanju enostavnih problemov,
    - dosežki pri reševanju zahtevnejših problemov.

Kontrolne spremenljivke

Socialno ekonomski status (SES) učenčeve družine (SES je bil oblikovan na osnovi izobrazbe očeta in matere, pri čemer je bila izbrana izobrazba tistega starša, ki je višja; pri tem so bili učenci razdeljeni v sedem skupin).

#### 4. 3. 5 Potek raziskave in zbiranje podatkov

Raziskava je potekala od aprila do maja v šolskem letu 2001/2002 in je bila razdeljena v štiri faze.

**Tabela 6: Faze poteka raziskave.**

**Table 6: Research phases.**

1. faza	Priprava gradiv za učitelje. Formiranje eksperimentalne in kontrolne skupine učiteljev.
2. faza	Pripravljanje učiteljev iz eksperimentalne skupine na eksperiment. Učiteljem je bilo tudi razdeljeno gradivo, ki so ga nato uporabili v eksperimentu.
3. faza	Vpeljava eksperimentalnega dejavnika v eksperimentalno skupino.
4. faza	Izvedeno je bilo testiranje znanja ob koncu eksperimenta.

Test znanja je bil sestavljen iz devetih nalog, ki so preverjale znanje statistike. Glede na ravni znanja so bile naloge razdeljene na poznavanje in razumevanje pojmov in algoritmov (štiri naloge), znanje postopkov pri enostavnih statističnih problemih (tri naloge) in reševanje zahtevnejših problemov, kjer je bilo potrebno, da otrok sam poišče primerno strategijo reševanja in da zna razdeliti sestavljen problem na zanj obvladljive podprobleme (dve nalogi). Časovno je bil omejen na dve šolski uri.

**Tabela 8: Osnovni statistični parametri testa.**

**Table 8: Basic statistical parameters of the test.**

Dosežki učencev pri statistiki							
Test	Skupina	n	Aritmetična sredina	Dosežki v %	Standardni odklon	Min	Max
T1STA	Eksper.	87	12,31	72,41%	3,22	4,50	17,00
	Kontrolna	90	10,57	62,19%	3,13	2,50	17,00
T1STA1	Eksper.	89	6,03	86,20%	0,88	3,50	7,00
	Kontrolna	90	5,64	80,63%	1,22	2,00	7,00
T1STA2	Eksper.	89	3,34	66,74%	1,46	0,00	5,00
	Kontrolna	90	2,63	52,56%	1,44	0,00	5,00
T1STA3	Eksper.	89	2,94	58,76%	1,40	0,00	5,00
	Kontrolna	90	2,30	46,00%	1,35	0,00	5,00

#### 4. 3. 6 Obdelava podatkov

Za ugotavljanje razlik med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine v znanju statistike na vseh ravneh znanja po koncu eksperimenta smo uporabili t-preizkus.

#### 4. 4 Rezultati in razlaga

Rezultati so bili tolmačeni v skladu z zahtevo po preglednosti in logiki dokazovanja postavljene hipoteze. Pri vsakem tolmačenju rezultatov je dodana še tabela z rezultati. Pri preizkusu hipoteze se je bilo potrebno ravnati po pravilu, da je največje dopustno tveganje za zavrnitev hipoteze 5-odstotna napaka.

#### 4. 4. 1 Analiza razlik v znanju statistike na vseh treh ravneh znanja po Gagnejevi taksonomiji med učenci eksperimentalne skupine (ES) in kontrolne skupine (KS) ob koncu eksperimenta

Za lažje spremljanje rezultatov je potrebno prikazati, katere okrajšave oziroma oznake so bile uporabljene.

**Tabela 7: Razlaga okrajšav oziroma oznak.**

**Table 7: Legend of abbreviations and designations.**

Test	Opis dela
STA	Dosežki učencev pri statistiki.
STA1	Dosežki učencev v poznavanju in razumevanju pojmov in algoritmov.
STA2	Dosežki učencev pri reševanju enostavnih problemov.
STA 3	Dosežki učencev pri reševanju zahtevnejših problemov.

Najprej se prikaže osnovne statistične parametre testa (število učencev ES in KS, aritmetične sredine, standardne odklone in standardne napake aritmetične sredine).



**Sl. 1: Model poučevanja strategije reševanja statističnega problema sloni na upoštevanju treh faz: načrtovanja, reševanja in tolmačenja (foto: D. Podgornik).**

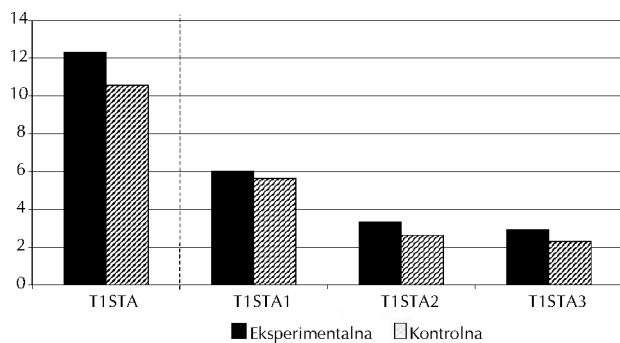
**Fig. 1: The model of teaching the strategies of solving statistical problems is based on the consideration of three phases: planning, solving and interpreting (photo: D. Podgornik).**

S histogramom se prikaže še aritmetične sredine spremenljivk za dosežke pri vsebinah iz statistike na vseh treh ravneh znanja.

S t-preizkusom se preveri, ali so razlike med ES in KS statistično pomembne.

Na osnovi vrednosti t-koeficienta in ravni statistične pomembnosti t-koeficienta se lahko ugotavlja, v katerih spremenljivkah se rezultati med ES in KS statistično pomembno razlikujejo. Analiza teh rezultatov kaže, da se pojavljajo statistično pomembne razlike v korist ES v vseh spremenljivkah.

Dosežki učencev pri statistiki



**Graf 3: Aritmetične sredine spremenljivk za oceno dosežkov pri statistiki.**

**Chart 3: Arithmetic means of variables for an estimate of scores in statistics.**

**Tabela 9: Prikaz razlik v STA na vseh treh ravneh znanja med učenci ES in KS (t-preizkus).**

**Table 9: Presentation of differences between the experimental and control group pupils in scores in statistics on all three levels of knowledge (the t-test).**

Test	t	Prostostne stopnje	Raven statistične pomembnosti	Razlika sredin	Standardna napaka
T1STA	3,657	177	0,000	1,7368	0,4749
T1STA1	2,454	177	0,015	0,3893	0,1586
T1STA2	3,270	177	0,001	0,7093	0,2169
T1STA3	3,111	177	0,002	0,6382	0,2051



## 5. SKLEP

Glavni cilj je bil preveriti, ali je model poučevanja in učenja statistike, ki je bil izgrajen, primeren. Iz rezultatov se vidi, da so učenci ES zelo dobro usvojili zastavljene cilje, saj je 72,41% učencev pravilno rešilo naloge iz statistike na vseh treh ravneh znanja. Hkrati pa je potrebno poudariti, da so tudi učenci KS, ki se te vsebine niso sistematično učili pri matematiki, dosegli relativno dober rezultat (62,19% vseh možnih točk). To pomeni, da učenci to znanje ne pridobivajo samo pri matematiki, ampak tudi oziroma predvsem pri pouku predmeta spoznavanje okolja in izven šole. Čeprav so se pokazale statistično pomembne razlike v vseh treh spremenljivkah, pa gre poudariti predvsem statistično pomembne razlike v korist ES spremenljivke STA1 (reševanje enostavnih problemov) in STA2 (reševanje zahtevnejših problemov). Pri teh spremenljivkah se je pokazalo, kako pomembno je pri učencih razvijati strategije reševanja matematičnega, v tem primeru statističnega, problema.

Do kurikularne prenove (1998) je bil v slovenskem sistemu poučevanja matematike večji poudarek na proceduralnih znanjih, predvsem na avtomatizaciji aritmetičnih dejstev, kot na raziskovanju in reševanju problemov. Pri tem se je velika pozornost posvečala

rezultatom, majhna pa postopkom, ki jih učenec uporablja za reševanje problemov. V raziskavi so bili učitelji iz ES usposobljeni za spodbujanje razvoja strategije reševanja statističnega problema pri učencih. Za razvoj strategij je namreč nujno uporabljati tehnike poučevanja, ki se razlikujejo od tradicionalnih.

Raziskava je pokazala, da je v ta namen zelo koristna uporaba raziskovalnih in sodelovalnih oblik učenja in poučevanja, ki spodbujajo učence k aktivnemu učenju, verbalizaciji reševanja problemov, primerjanju in izmenjavi različnih strategij reševanja ter metakogniciji.

Na koncu velja še enkrat poudariti, da se pri uvajanju pojmov iz statistike v vseh treh triletnih učenca počasi in postopoma navaja, da bi znal:

- natančno definirati dani problem,
- iz danih podatkov izbrati podatke, ki ga zanimajo,
- sistematično operirati s podatki,
- razpravljati o dobljenih rezultatih na jasn in logično urejen način,
- biti previden in pozoren ob postavljanju določenih zaključkov ter preverjanju hipotez.

Na tak način se bo otroka, bodočega odraslega, pripravilo na ta svet, ki je poln negotovosti in nepredvidljivosti, da ga bo znal kritično tolmačiti in zavestno delovati v njem.

## STATISTICS IN EARLY STAGES OF EDUCATION: THE STRATEGY OF SOLVING STATISTICAL PROBLEMS

Mara COTIČ

Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta Koper, SI-6000 Koper, Cankarjeva 5  
e-mail: mara.cotic@pef.upr.si

Darjo FELDA

Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta Koper, SI-6000 Koper, Cankarjeva 5  
e-mail: darjo.felda@pef.upr.si

Lea KOZEL

Osnovna šola Antona Ukmarja, SI-6000 Koper, Pot v gaj 2  
e-mail: lea.kozel@guest.arnes.si

### SUMMARY

*The results of an empirical study of the knowledge of statistics carried out by the authors have shown noticeable differences between second grade pupils of eight-year elementary schools, who had not been learning statistics systematically, and third grade pupils of nine-year elementary schools, who had been introduced to statistics following a model prepared by the authors. The study was conducted on the model of a control group of 90 second-graders from an eight-year elementary school programme, and an experimental group of 87 third-graders attending a nine-year elementary school programme.*

The model of teaching the strategies of solving statistical problems is based on the consideration of three phases: planning, solving and interpreting. In the planning phase it is necessary first of all to define the problem precisely, in order to see what and how much data needs to be gathered, and in what way. The solution phase consists of data gathering, their graphic presentation, and calculation of the most basic statistical indicators. In this phase pupils must be taught how to select a suitable method of data gathering and how to present the collected data in a clear and comprehensible way. Class-level teaching does not comprise the calculation of statistical indicators, as the children's intellectual age and their knowledge of mathematics do not allow that yet. The third phase, on the other hand, is again important, as it is supposed to teach the pupil to read and interpret the results correctly, by attributing appropriate value to the data presented.

The majority of the pupils in the experimental group succeeded in accomplishing the set goals: 72.41% of them solved the statistical exercises correctly on all three levels of knowledge according to Gagne's taxonomy. The pupils of the control group, too, achieved a fairly good result (62.19% of all possible points). They surely had not gained this knowledge only in math lessons, but also in lessons on the environment, and outside school. Still, it is important to stress the statistically relevant differences, in favour of the experimental group, in solving both simple as well as difficult statistical problems. These are the result of the use of research and co-operation based teaching and learning methods, which encourage in pupils active learning, verbalisation of problem solving, comparison and exchange of different problem solving strategies as well as metacognition, and which have been made part of a teaching model.

**Key words:** statistics, problem, problem solving strategy, early teaching of statistics, teaching model, data processing

#### LITERATURA

- Cockcroft, W. H. (1982):** Mathematics Count. London, HMSO.
- Cotič, M., Hodnik, T. (1995):** O pouku matematike na začetku šolanja v novi osnovni šoli. Matematika v šoli, III, 3. Ljubljana, 143–157.
- Fujita, H. (1985):** The Present State and a Proposal Reform of Mathematical Education at Senior Secondary Level in Japan. J. Sci. Educ. Japan, IX, 2. Tokio, 39–52.
- Howson, G., Kahane, J. P. (1986):** School Mathematics in the 1990s. ICMI Study Series. Cambridge, Cambridge University Press.
- Učni načrt (1997):** Učni načrt – Matematika (osnutek, nelektorirano gradivo), oktober 1997.
- Učni načrt (1998):** Učni načrt – Matematika (predlog), maj 1998.
- Unesco (1972):** Tendenze attuali dell'insegnamento della matematica. Torino, SEI.
- Valenti, E. (1987):** La matematica nella nuova scuola elementare. Firenze, Le Monnier.